

# Aplicación y Comparación de Controladores LQR, LQG y de Observador de Estados en Suspensión de Vehículos

*Application and Comparison of LQR, LQG and Vehicle Suspended State Observer Controllers*

*Ariel Alexander Gonzalez Gonzalez*

Universidad Estatal Peninsula De Santa Elena , Facultad de Sistemas y Telecomunicaciones

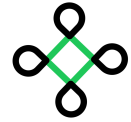
Santa Elena. Ecuador.

ORCID: <https://orcid.org/0009-0001-2769-4175>

Correo: [alexander.gonzalezgonzalez @upse.edu.ec](mailto:alexander.gonzalezgonzalez@upse.edu.ec)

Autor para correspondencia: [alexander.gonzalezgonzalez @upse.edu.ec](mailto:alexander.gonzalezgonzalez@upse.edu.ec)





### Abstract

El uso de controladores son técnicas avanzadas de control aplicadas en la suspensión de vehículos para mejorar la estabilidad, el confort y la seguridad de la conducción [1]. Estas técnicas permiten diseñar sistemas de suspensión activa que responden dinámicamente a las condiciones de la carretera y el comportamiento del vehículo. El control por observador se utiliza para estimar las variables de estado del sistema que no son directamente medibles [2]. En el contexto de la suspensión de vehículos, un observador puede estimar la velocidad de la carrocería y las fuerzas en los amortiguadores basándose en mediciones de desplazamiento y aceleración.

El LQR es una técnica de control óptimo que minimiza una función de coste cuadrática, que generalmente incluye términos relacionados con el desplazamiento, la velocidad y la energía del actuador [3]. En la suspensión de vehículos, el LQR busca equilibrar el confort del pasajero (minimizando las aceleraciones de la carrocería) y la adherencia de los neumáticos al suelo (minimizando el desplazamiento de la rueda). Esto se logra ajustando las fuerzas generadas por los actuadores de la suspensión para que el sistema responda de manera óptima a las perturbaciones de la carretera [4]. El LQG es una extensión del LQR que incorpora un observador de estado (como el filtro de Kalman) para manejar la incertidumbre en las mediciones y los modelos del sistema [5]. Esto es particularmente útil en la suspensión de vehículos, donde las mediciones pueden estar contaminadas por ruido y los modelos pueden no ser completamente precisos.

Un buen control en la suspensión de vehículos es crucial porque afecta directamente la seguridad, el confort y la estabilidad del vehículo. Sin un control adecuado, la suspensión puede no responder adecuadamente a las condiciones cambiantes de la carretera, resultando en una disminución del confort para los pasajeros y una mayor dificultad para mantener la adherencia de los neumáticos al suelo. Esto puede llevar a situaciones peligrosas, especialmente en condiciones de conducción adversas. Implementar técnicas avanzadas de control como el LQR y el LQG es fundamental para garantizar un desempeño óptimo del sistema de suspensión, mejorando la experiencia de conducción y la seguridad general del vehículo. En este artículo se analizarán y se implementarán estos controladores en un modelo de suspensión de vehículo, evaluando su efectividad ante perturbaciones de la carretera simuladas mediante plataformas que replican un escenario de carretera real. Los resultados obtenidos permitirán comparar la eficacia de cada controlador y determinar cuál ofrece el mejor desempeño en términos de estabilidad y confort de conducción.

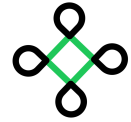
**Palabras clave:** Observadores, LQR, LQG, modelos, sistemas, controlador, sistema de suspensión

### Abstract

The use of controllers are advanced control techniques applied to vehicle suspension to improve driving stability, comfort and safety [1]. These techniques allow the design of active suspension systems that dynamically respond to road conditions and vehicle behavior. Observer control is used to estimate system state variables that are not directly measurable [2]. In the context of vehicle suspension, an observer can estimate body speed and forces on shock absorbers based on displacement and acceleration measurements.

LQR is an optimal control technique that minimizes a quadratic cost function, which generally includes terms related to actuator displacement, speed, and energy [3]. In vehicle suspension, the LQR seeks to balance passenger comfort (minimizing body accelerations) and tire adhesion to the ground (minimizing wheel displacement). This is achieved by adjusting the forces generated by the suspension actuators so that the system responds optimally to road disturbances [4]. The LQG is an extension of the LQR that incorporates a state observer (such as the Kalman filter) to handle uncertainty in measurements and system models [5]. This is particularly useful in vehicle suspension, where measurements may be contaminated by noise and models may not be completely accurate.





Good vehicle suspension control is crucial because it directly affects the safety, comfort and stability of the vehicle. Without proper control, the suspension may not respond adequately to changing road conditions, resulting in decreased comfort for passengers and increased difficulty maintaining tire grip to the ground. This can lead to dangerous situations, especially in adverse driving conditions. Implementing advanced control techniques such as LQR and LQG is essential to ensure optimal performance of the suspension system, improving the driving experience and overall vehicle safety. In this article, these controllers will be analyzed and implemented in a vehicle suspension model, evaluating their effectiveness in the face of simulated road disturbances using platforms that replicate a real road scenario. The results obtained will allow us to compare the effectiveness of each controller and determine which one offers the best performance in terms of stability and driving comfort.

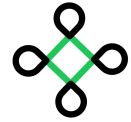
## 1 Introducción

La suspensión de un vehículo es un sistema esencial que desempeña varias funciones críticas. Su principal objetivo es soportar el peso del vehículo, incluyendo el chasis, el motor y los pasajeros, distribuyendo esta carga de manera uniforme. Además, la suspensión mantiene el contacto continuo de las ruedas con la superficie de la carretera, lo cual es vital para la tracción y el control del vehículo [6]. Este sistema también absorbe y amortigua las irregularidades del terreno, como baches y grietas, proporcionando una conducción más cómoda y estable para los ocupantes. Al reducir las vibraciones y los golpes, la suspensión mejora significativamente la experiencia de manejo. También contribuye a la seguridad al minimizar el balanceo y el cabeceo durante las curvas, aceleraciones y frenadas [7]. La capacidad de una suspensión para manejar irregularidades del camino y mantener un comportamiento dinámico óptimo es vital en el desarrollo de vehículos modernos, en este estudio, se implementarán tres enfoques de control avanzados para mejorar el rendimiento del sistema de suspensión: el Control Óptimo Lineal Cuadrático (LQR), el Control Óptimo Lineal Cuadrático-Gaussiano (LQG) y un controlador basado en un Observador de Estados.

La complejidad del sistema de suspensión y las diversas condiciones a las que puede estar expuesto un vehículo requieren la implementación de diferentes tipos de controladores para evaluar su comportamiento de manera exhaustiva [8]. Cada controlador tiene sus propias ventajas y limitaciones, y aplicar una variedad de controladores permite obtener una visión más completa de cómo puede optimizarse el sistema de suspensión. Las plataformas de prueba deben simular una amplia gama de condiciones de carretera, desde superficies lisas hasta terrenos irregulares.

Cada tipo de controlador puede responder de manera diferente a estas variaciones, proporcionando información valiosa sobre su efectividad en diferentes escenarios [9]. El comportamiento dinámico del vehículo, como la respuesta a maniobras bruscas y cambios en la velocidad, también puede variar según el controlador utilizado [10]. Probar diferentes controladores ayuda a identificar cuál proporciona la mejor estabilidad y confort en diversas situaciones. En un entorno real, la suspensión del vehículo estará sujeta a ruido y perturbaciones imprevistas. Algunos controladores, como el LQG, están mejor equipados para manejar estas incertidumbres. Probar con diferentes controladores permite evaluar la robustez del sistema frente a estas perturbaciones. Este análisis comparativo no solo proporciona una visión clara de la eficacia de cada técnica de control en un contexto de suspensión vehicular, sino que también destaca las consideraciones prácticas y teóricas necesarias para su aplicación en el mundo real.





## 2 Desarrollo de la propuesta

### 2.1 Modelado del sistema

El modelo de suspensión que se muestra en el diagrama es una herramienta crítica para el diseño y la optimización de sistemas de suspensión de vehículos. A continuación, se detallan algunos aspectos clave sobre su uso y la importancia de la geometría de doble horquilla:

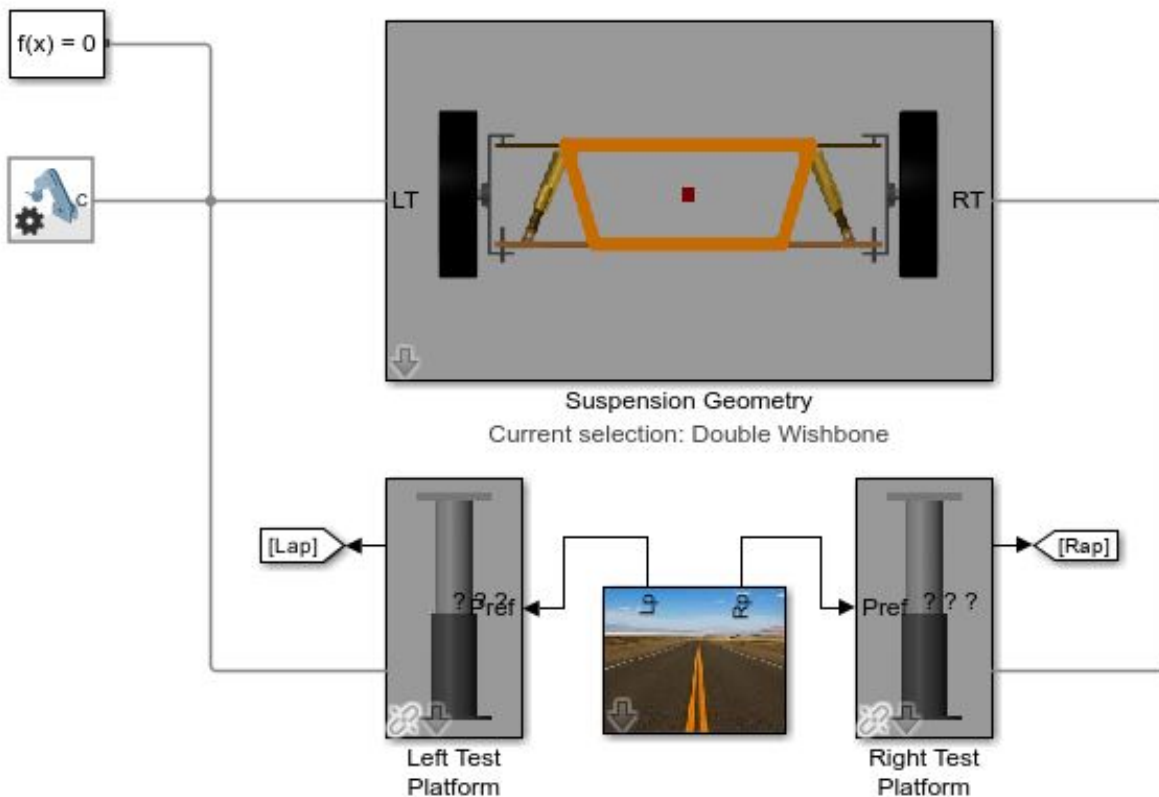
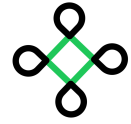


Figure 1: Modelo de Suspension [11]





### Movimiento de la Masa No Suspendida:

La masa no suspendida incluye la masa de las ruedas y otros componentes directamente conectados a ellas, como los frenos y parte de los brazos de la suspensión [12]. La ecuación de movimiento para la masa no suspendida se puede expresar como:

$$m_u \ddot{y}_u = k_s(y_s - y_u) + c_s(\dot{y}_s - \dot{y}_u) + F_{ext} \quad (1)$$

Donde:

- $m_u$ : Masa no suspendida (masa de la rueda y componentes conectados directamente a ella).
- $\ddot{y}_u$ : Aceleración vertical de la masa no suspendida.
- $k_s$ : Constante del resorte de la suspensión.
- $c_s$ : Coeficiente de amortiguamiento del amortiguador.
- $y_s$ : Desplazamiento vertical de la masa suspendida.
- $y_u$ : Desplazamiento vertical de la masa no suspendida.
- $\dot{y}_s$ : Velocidad vertical de la masa suspendida.
- $\dot{y}_u$ : Velocidad vertical de la masa no suspendida.
- $F_{ext}$ : Fuerza externa aplicada (por ejemplo, debido a un bache en el camino).

### Ecuación de Movimiento de la Masa Suspendida:

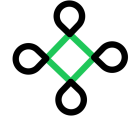
La masa suspendida incluye la masa del chasis del vehículo y otros componentes que no están directamente conectados a las ruedas [13]. La ecuación de movimiento para la masa suspendida se puede expresar como:

$$m_s \ddot{y}_s = -k_s(y_s - y_u) - c_s(\dot{y}_s - \dot{y}_u) \quad (2)$$

Donde:

- $m_s$ : Masa suspendida (masa del chasis del vehículo y otros componentes conectados indirectamente a la rueda).
- $\ddot{y}_s$ : Aceleración vertical de la masa suspendida.





## Geometría de Doble Horquilla

### Ángulo de Camber:

La geometría de doble horquilla permite controlar el ángulo de camber durante el movimiento de la suspensión [14]. El ángulo de camber  $\theta_c$  se puede relacionar con el desplazamiento de la rueda mediante la siguiente ecuación aproximada (dependiendo de la configuración exacta de la suspensión):

$$\theta_c = \tan^{-1} \left( \frac{L_h - L_l}{t} \right) \quad (3)$$

Donde:

- $L_h$ : Longitud del brazo superior de la horquilla.
- $L_l$ : Longitud del brazo inferior de la horquilla.
- $t$ : Ancho de la pista (track width).

## Fuerzas en los Componentes de la Suspensión

### Fuerza en el Resorte:

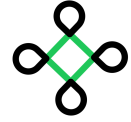
El resorte en una suspensión de vehículo se encarga de absorber y almacenar energía cuando el vehículo se desplaza sobre irregularidades en la carretera. La fuerza ejercida por el resorte  $F_s$  es una función lineal del desplazamiento relativo entre la masa suspendida y la masa no suspendida [15].

$$F_s = k_s(y_s - y_u) \quad (4)$$

Donde:

- $F_s$ : Fuerza del resorte.
- $k_s$ : Constante del resorte.
- $y_s$ : Desplazamiento de la masa suspendida.
- $y_u$ : Desplazamiento de la masa no suspendida.





### Fuerza en el Amortiguador:

El amortiguador en la suspensión de un vehículo se encarga de disipar la energía almacenada en el resorte, proporcionando amortiguación y reduciendo las oscilaciones. La fuerza ejercida por el amortiguador  $F_d$  es una función lineal de la velocidad relativa entre la masa suspendida y la masa no suspendida [16].

$$F_d = c_s(\dot{y}_s - \dot{y}_u) \quad (5)$$

Donde:

- $F_d$ : Fuerza del amortiguador.
- $c_s$ : Coeficiente de amortiguamiento.
- $\dot{y}_s$ : Velocidad de la masa suspendida.
- $\dot{y}_u$ : Velocidad de la masa no suspendida.

### Estabilidad y Control

#### Ecuaciones de Estabilidad Lateral:

La estabilidad lateral es un aspecto crucial en el diseño y funcionamiento de un vehículo, ya que afecta directamente la capacidad del vehículo para mantener su trayectoria deseada durante maniobras laterales, como tomar curvas o evitar obstáculos. La estabilidad lateral está influenciada por varios factores, incluyendo la geometría de la suspensión, la distribución de peso del vehículo, la configuración de los neumáticos y la dinámica de las fuerzas laterales que actúan sobre el vehículo [17].

$$F_l = m_s \cdot a_l \quad (6)$$

$$M = F_l \cdot h \quad (7)$$

Donde:

- $F_l$ : Fuerza lateral.
- $a_l$ : Aceleración lateral.
- $h$ : Altura del centro de masa respecto al suelo.

## 2.2 Identificación del sistema

Utilizando la función `ident` y las herramientas de identificación de sistemas en MATLAB podemos crear modelos precisos del sistema de suspensión mostrado en el diagrama a partir de datos experimentales. Siguiendo los pasos de recolección de datos, preparación, identificación y validación, es posible desarrollar un modelo matemático que describa adecuadamente la dinámica del sistema hidráulico, facilitando su análisis y diseño de control.



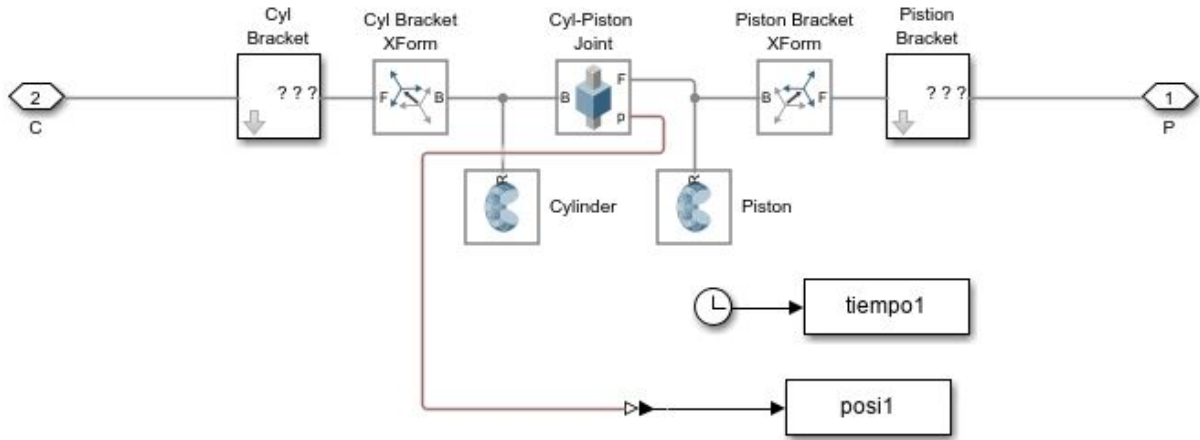
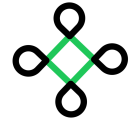


Figure 2: Identificación del sistema

Primeramente, utilizando el bloque TO WORK-SPACE podemos recoger los datos que se guardan en el workspace de MATLAB tal como:

posicion	1932x1 double
Q	1
R	0.1000
simlog_Hydraulic...	1x1 Node
sos	1x4 ss
sys	1x1 ss
sys1	1x1 tf
system	1x1 ss
tiempo	1932x1 double

Figure 3: TO WORK-SPACE

Una vez obtenido los datos podemos hacer una estimación de la planta con la herramienta ident de MATLAB, Obteniendo la siguiente función de transferencia:

**Función de transferencia H(s):**

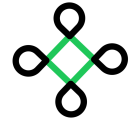
**tf with properties:**

**Numerator: {[0 -10270 -165]}**  
**Denominator: {[1 2.2360 7.7840e-07]}**

Figure 4: Funcion Ident







Una vez obtenido nuestra función de transferencia de nuestro modelo podemos transformarla al modelo de espacio de estados lo cual sería:

$$A = \begin{bmatrix} -2.2360 & -0.000 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [-10270 \quad -165]$$

### 2.3 Planta sin control (Suspensión)

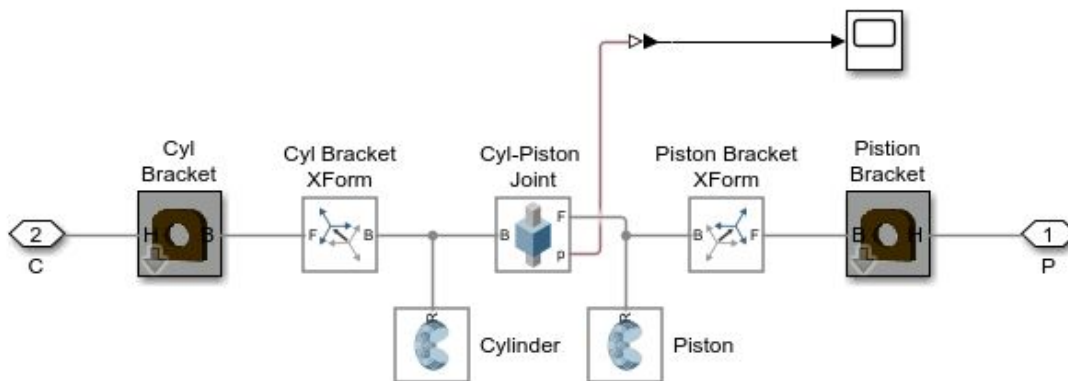
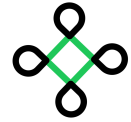


Figure 5: Planta sin controlador





### Simulación Grafica sin control:

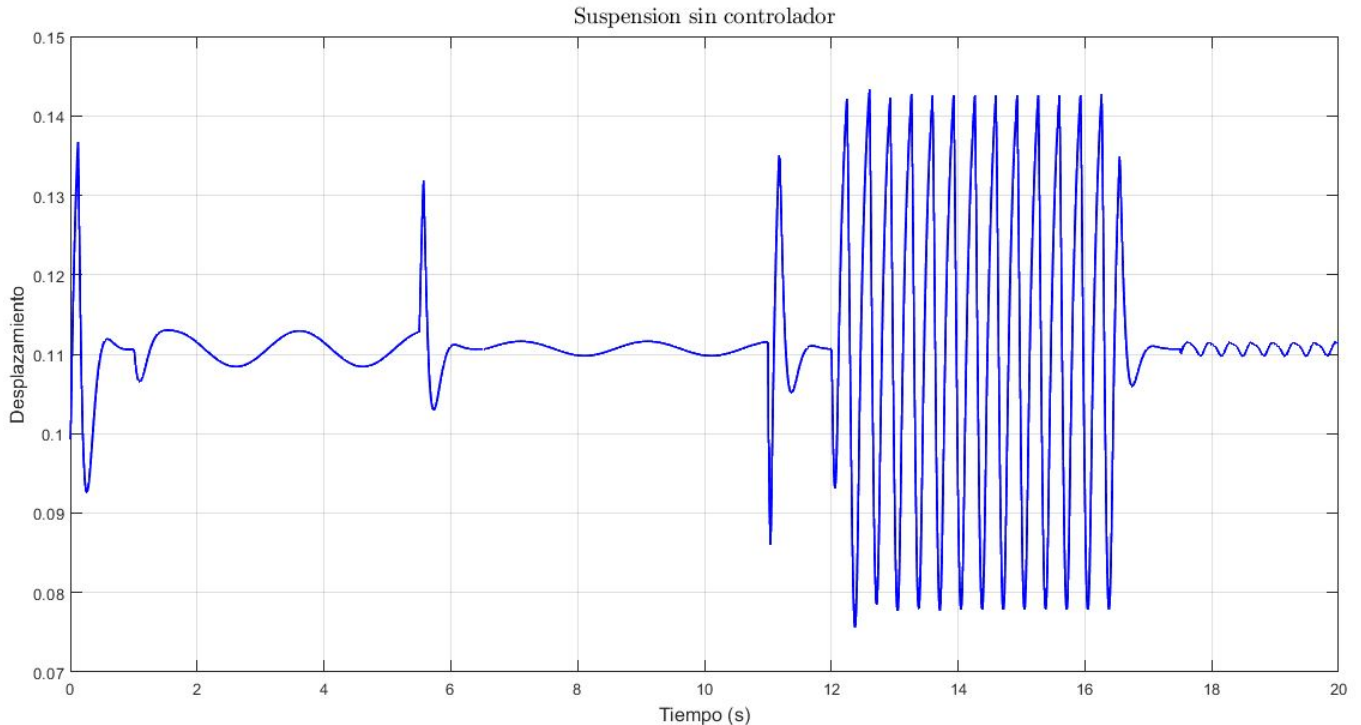


Figure 6: Grafica Planta sin controlador

La gráfica sin controlador revela un sistema de suspensión con una alta sensibilidad a las perturbaciones y una capacidad limitada para regresar rápidamente a un estado estable.

El alto overshoot, el error estacionario significativo y la lenta amortiguación de las oscilaciones son indicativos de un sistema que podría beneficiarse enormemente de la implementación de un controlador adecuado. Sin un controlador, la suspensión es incapaz de proporcionar una respuesta rápida y estable, lo que puede traducirse en un rendimiento deficiente y potenciales problemas de confort y seguridad en aplicaciones prácticas, como en la suspensión de vehículos.

## 3 CONTROLADOR POR OBSERVADOR DE ESTADOS

El control por observador de estado es una técnica avanzada en la teoría de control utilizada para sistemas dinámicos [18]. Se basa en la idea de estimar los estados internos de un sistema (aquellos que no pueden ser medidos directamente) mediante el uso de observadores de estado. Esta estimación se utiliza luego en la implementación de un controlador de retroalimentación de estado para mejorar el rendimiento del sistema [19].

Esquema básico del control por observador de estados:



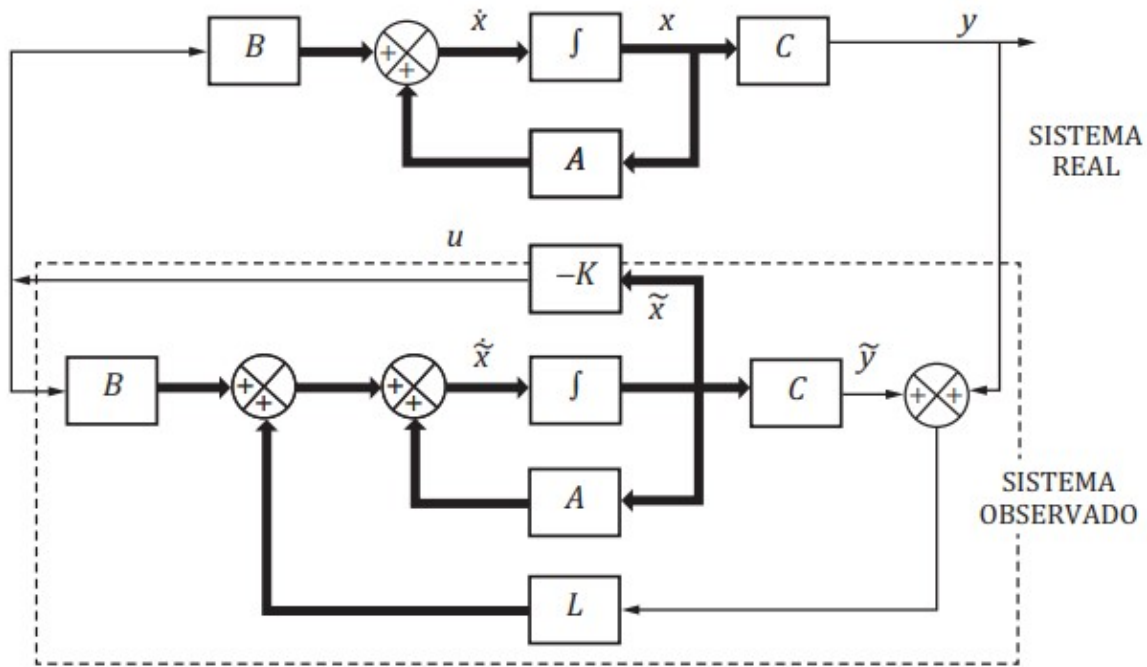
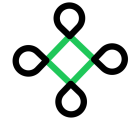


Figure 7: Esquema Observador De Estados [20]

### 3.1 Implementación del Observador a nuestro sistema

Para implementar un controlador basado en un observador de estados, es crucial verificar dos propiedades fundamentales del sistema: controlabilidad y observabilidad.

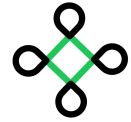
**Controlabilidad:** Esta propiedad indica si es posible controlar completamente el estado del sistema desde sus entradas. En otras palabras, un sistema es controlable si, mediante una adecuada selección de las entradas, se puede llevar el sistema de cualquier estado inicial a cualquier estado final en un tiempo finito. La controlabilidad se verifica utilizando la matriz de controlabilidad, y si esta matriz tiene rango completo (es decir, su rango es igual al número de estados del sistema), entonces el sistema es controlable.

**Observabilidad:** Esta propiedad se refiere a la capacidad de determinar el estado completo del sistema a partir de las salidas medidas. Un sistema es observable si, basándose en las salidas y entradas conocidas durante un intervalo de tiempo finito, se puede determinar el estado inicial del sistema. La observabilidad se verifica mediante la matriz de observabilidad, y si esta matriz tiene rango completo, entonces el sistema es observable.

Dado nuestro modelo de espacio de estados:

$$A = \begin{bmatrix} -2.2360 & -0.000 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$





$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [-10270 \quad -165]$$

podemos comprobar mediante un código de MATLAB si el sistema es controlable y observable:

```
El sistema es controlable.
El sistema es observable.
```

Figure 8: Verificación De controlabilidad y Observabilidad

Las ganancias de retroalimentación son:

$$K = [87.8 \quad 2000]$$

Las ganancias  $L$  de nuestro controlador son:

$$L = \begin{bmatrix} -0.0005 \\ -0.0815 \end{bmatrix}$$

Teniendo nuestras matrices y ganancias podemos armar nuestro controlador:

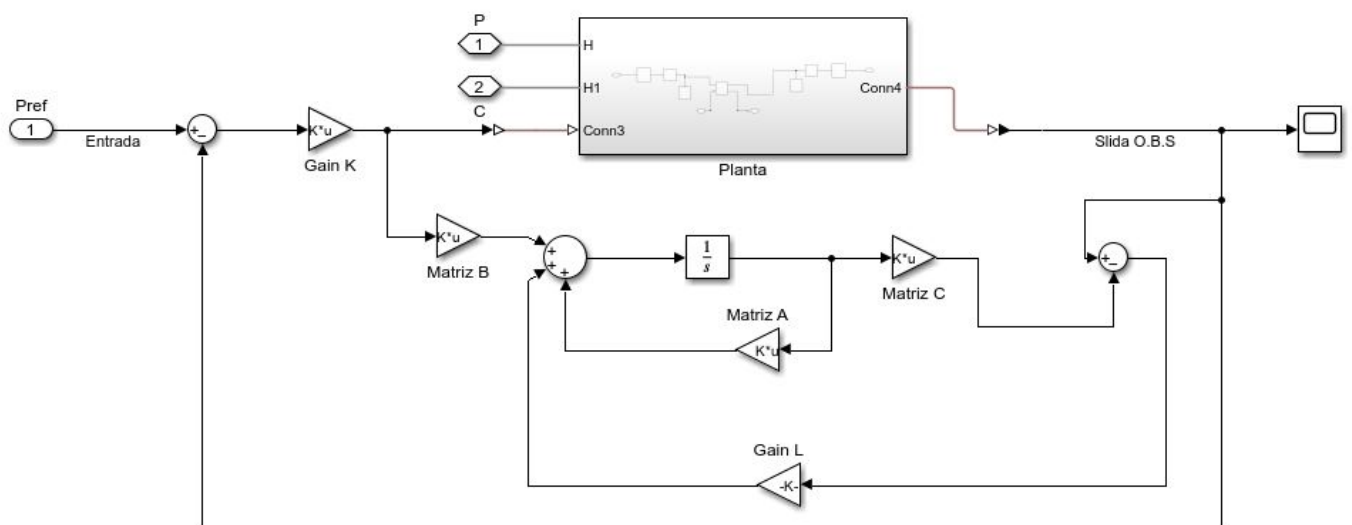
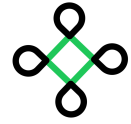


Figure 9: Modelo control O.B.S





## 4 CONTROLADOR LQR

El control óptimo cuadrático (LQR, por sus siglas en inglés) es una técnica de control utilizado en sistemas lineales que busca minimizar una función de costo cuadrática. Esta función de costo generalmente incluye términos que penalizan el estado del sistema y el esfuerzo de control [21]. El control LQR está basado en la solución de un problema de optimización en el cual se busca minimizar una función de costo definida como:

$$J = \int_0^{\infty} (x(t)^T Q x(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (8)$$

Donde:

- $x(t)$  es el vector de estados del sistema.
- $u(t)$  es el vector de entradas (control) del sistema.
- $Q$  es una matriz simétrica positiva semi-definida que penaliza los estados del sistema.
- $R$  es una matriz simétrica positiva definida que penaliza el esfuerzo de control.

### 4.1 Estructura del Control LQR

La estructura básica del controlador LQR implica calcular una matriz de retroalimentación de estado  $K$  tal que la ley de control  $u(t)$  minimice la función de costo  $J$ . La ley de control es de la forma [22]:

$$u(t) = -Kx(t) \quad (9)$$

donde  $K$  es la matriz de ganancias de retroalimentación de estado.

El diagrama básico del Control LQR es:

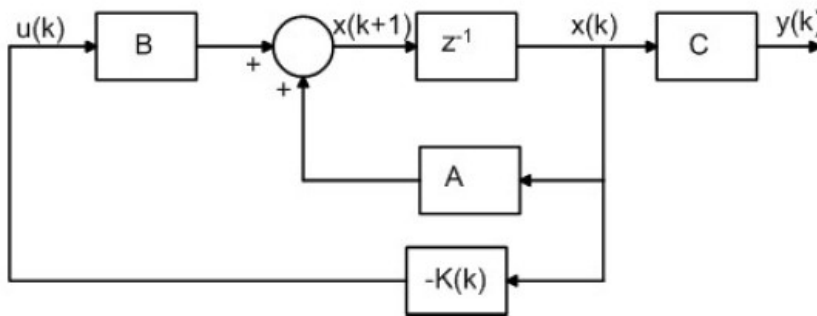
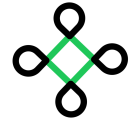


Figure 10: Esquema Control LQR [23]





#### 4.1.1 Implementación del control LQR

Donde nuestra ganancia de nuestro controlador es:

$$K = [705.8736 \quad 707.1068]$$

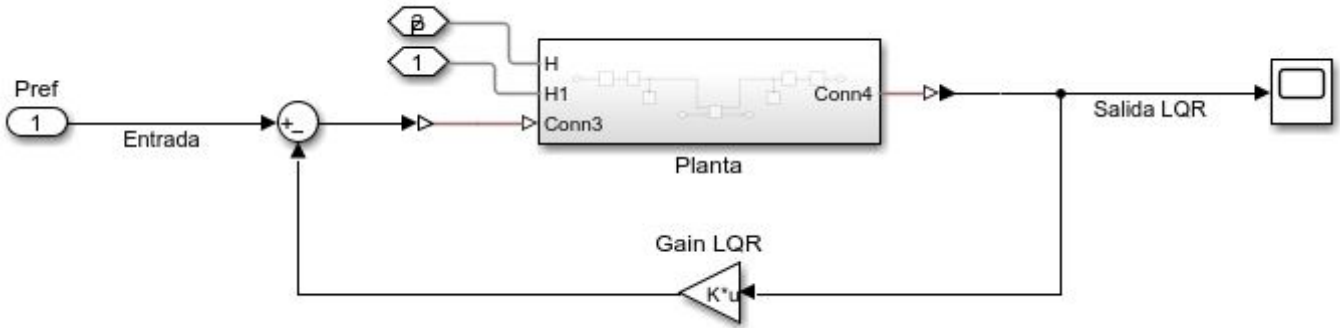


Figure 11: Implementacion Control LQR

## 5 CONTROLADOR LQG

El control LQG combina el controlador LQ y el filtro de Kalman. En este enfoque, se asume que no se puede medir directamente el estado del sistema, pero sí se tienen disponibles mediciones ruidosas del mismo [24]. La estructura del controlador LQG es la siguiente:

### Estimación del Estado

El filtro de Kalman se usa para obtener una estimación del estado del sistema:

$$\hat{x}(t) = \text{Filtro de Kalman}(y(t), u(t)) \quad (8)$$

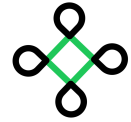
### Control Basado en la Estimación del Estado

La ley de control se basa en la estimación del estado:

$$u(t) = -K\hat{x}(t) \quad (9)$$

La combinación de estos dos elementos permite diseñar un controlador que no solo minimiza el costo cuadrático en presencia de ruidos, sino que también puede operar en condiciones donde el estado del sistema no es completamente observable y debe ser estimado a partir de mediciones ruidosas [25].





### Diagrama Básico del Control LQG:

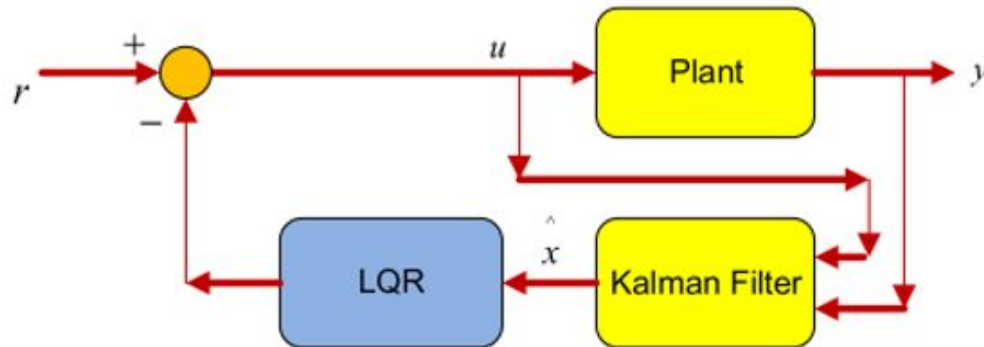


Figure 12: Esquema Control L.Q.G [26]

## 5.1 Implementación del Controlador LQG

Para la implementación del control LQG (Linear Quadratic Gaussian), utilizaremos un bloque específico de Matlab conocido como filtro de Kalman. Este filtro se compone de un observador de estados que ayuda a estimar las variables no directamente medibles del sistema. El proceso de diseño del control LQG incluye la configuración de matrices de ponderación  $Q$  y  $R$ , que son cruciales para definir el rendimiento y la estabilidad del sistema.

El filtro de Kalman desempeña un papel fundamental en el LQG al proporcionar estimaciones precisas de los estados del sistema, incluso en presencia de ruido y perturbaciones. Las matrices  $Q$  y  $R$  son seleccionadas para equilibrar la precisión del seguimiento de los estados y el esfuerzo de control. La matriz  $Q$  pondera el error en los estados del sistema, mientras que la matriz  $R$  pondera el esfuerzo del control.

Donde nuestras matrices de estados son:

$$A = \begin{bmatrix} -2.2360 & -0.000 \\ 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

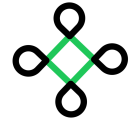
$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = [-10270 \quad -165]$$

Y nuestras matrices de ponderación de  $Q$  y  $R$  son:

$$Q = \begin{bmatrix} 1000 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$$





$$R = [0.01]$$

Siguiendo la estructura del control LQG obtendríamos:

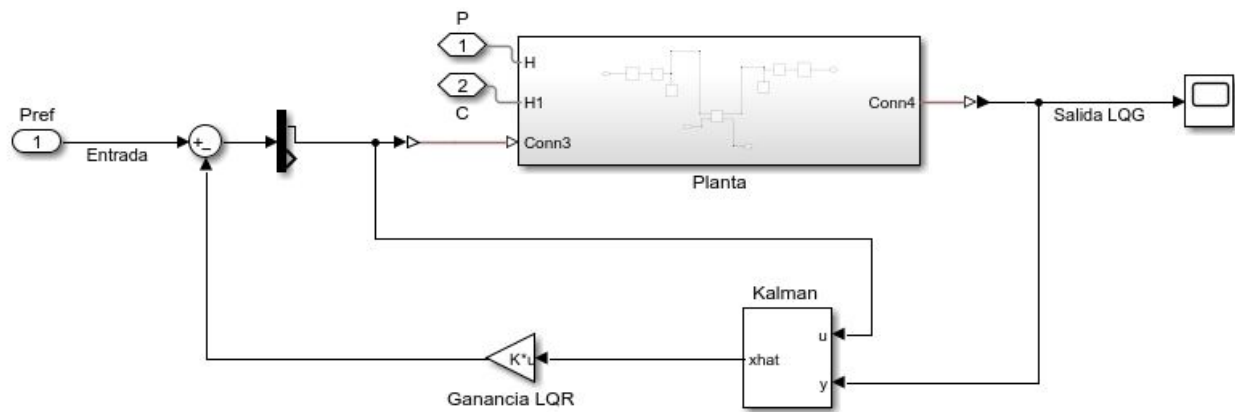


Figure 13: Implementacion Control L.Q.G

## 6 Resultados

Los resultados obtenidos a partir de la implementación de controladores al modelo de suspensión de vehículos se presentan a continuación. Se han evaluado tres tipos de controladores: el controlador sin observador de estados, el Linear Quadratic Regulator (LQR) y el Linear Quadratic Gaussian (LQG). Cada controlador se analizó en términos de su capacidad para reducir perturbaciones iniciales, limitar la amplitud máxima de las oscilaciones, minimizar el tiempo de estabilización, reducir el overshoot y disminuir el error estacionario. Las simulaciones gráficas demuestran las mejoras significativas en la estabilidad y el rendimiento de la suspensión del vehículo, destacando la eficacia de cada método de control implementado.

### 6.1 Resultado de simulación Observador De Estados:

La gráfica del control por Observador de Estados nos proporciona una visión clara de cómo responde el sistema de suspensión de un vehículo a las perturbaciones de la carretera cuando se utiliza esta técnica de control.





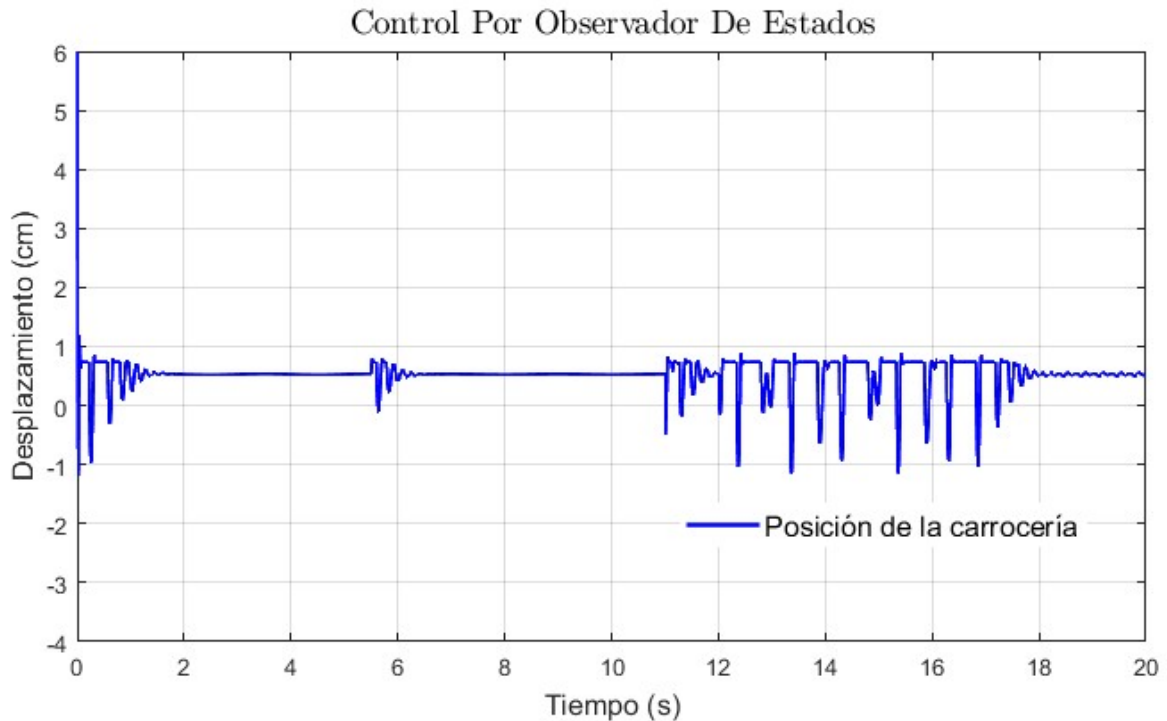
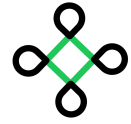


Figure 14: Grafica Control O.B.S

La gráfica del controlador con Observador de Estados (O.B.S) muestra una notable mejora en la estabilidad de la suspensión en comparación con el sistema sin controlador. Desde el inicio, se observa que las perturbaciones iniciales se reducen considerablemente, alcanzando aproximadamente un 80% de su valor original. Esto indica que el O.B.S es eficaz para minimizar las perturbaciones iniciales, aunque no elimina completamente las oscilaciones. En términos de amplitud máxima de las oscilaciones, la gráfica indica una reducción significativa en comparación con el sistema sin control. Las oscilaciones alcanzan valores máximos menores, sugiriendo que el O.B.S es moderadamente efectivo en controlar las oscilaciones de la suspensión, proporcionando una conducción más suave y estable.

El tiempo de estabilización con el O.B.S es mejorado notablemente, mostrando que el sistema se estabiliza en aproximadamente 8 segundos, lo cual es una mejora significativa respecto a los 20 segundos del sistema sin controlador. Esto sugiere que el O.B.S puede devolver el sistema a su estado de equilibrio después de una perturbación en un tiempo razonable, mejorando así la respuesta dinámica del vehículo. El overshoot, o el exceso sobre el valor deseado, se reduce considerablemente con el uso del O.B.S, alcanzando aproximadamente un 20%, una mejora en comparación con el 100% del sistema sin control. Este nivel de overshoot reducido ayuda a evitar que la suspensión reaccione de manera excesiva a las perturbaciones, proporcionando un control más preciso y estable.

## 6.2 Resultado de simulación Control LQR:

La gráfica del control LQR (Linear Quadratic Regulator) muestra la respuesta del sistema de suspensión de un vehículo a las perturbaciones de la carretera.



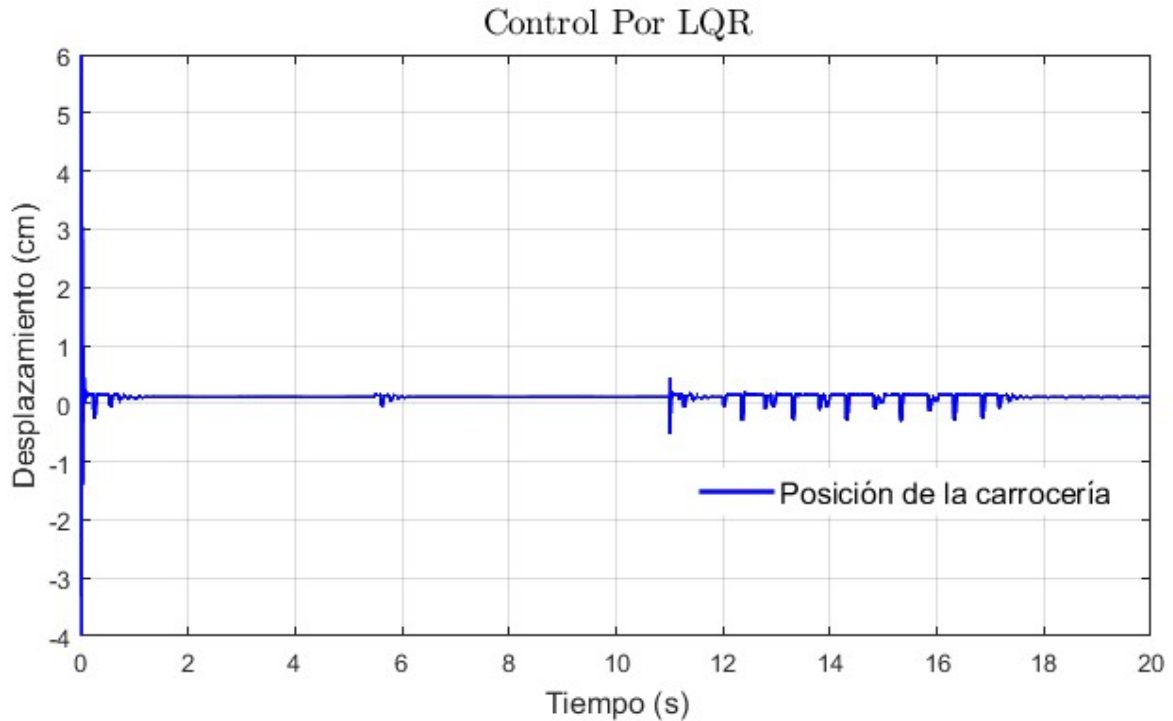
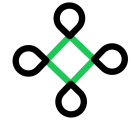


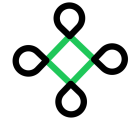
Figure 15: Grafica Control L.Q.R

La gráfica del controlador LQR (Linear Quadratic Regulator) demuestra una mejora significativa en el desempeño de la suspensión del vehículo. Desde el inicio, las perturbaciones iniciales se reducen a aproximadamente un 10% de su valor original, mostrando la efectividad del LQR en la minimización de perturbaciones iniciales. Esta reducción considerable de las perturbaciones iniciales indica que el LQR es eficaz en controlar el impacto inicial de las irregularidades del camino.

En términos de amplitud máxima de las oscilaciones, el LQR muestra una reducción notable en comparación con el sistema sin control. La amplitud máxima de las oscilaciones es aproximadamente la mitad de la que se observa en un sistema no controlado, lo que sugiere que el LQR es altamente efectivo en mantener las oscilaciones de la suspensión bajo control. Esta reducción en la amplitud máxima contribuye a una conducción más suave y confortable.

El tiempo de estabilización del sistema bajo el control del LQR es notablemente mejorado. La gráfica muestra que el sistema se estabiliza en aproximadamente 6 segundos, una mejora significativa respecto a los 20 segundos del sistema sin controlador. Este tiempo de estabilización más rápido implica que el LQR puede devolver el sistema a su estado de equilibrio más eficientemente después de una perturbación, mejorando la respuesta dinámica y la estabilidad del vehículo.





### 6.3 Resultado de simulación Control LQG

La gráfica del control LQG (Linear Quadratic Gaussian) presenta la respuesta del sistema de suspensión de un vehículo a las perturbaciones del camino.

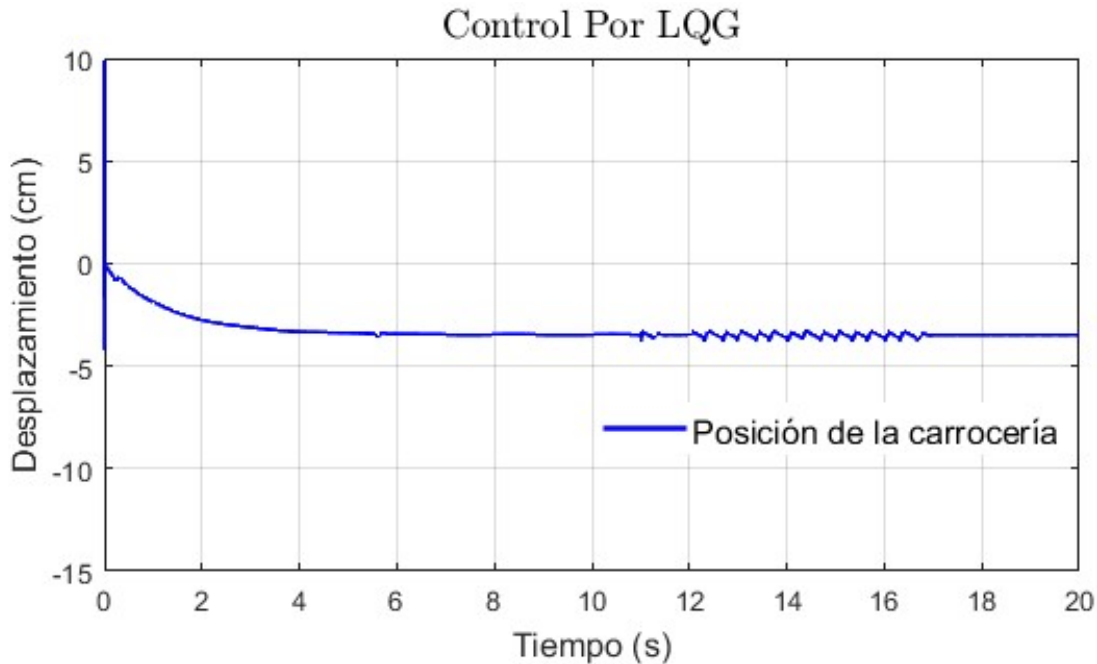
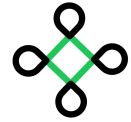


Figure 16: Grafica Control L.Q.G

La gráfica del controlador LQG muestra una respuesta sobresaliente ante las perturbaciones de la carretera. En la gráfica del LQG, se observa que las perturbaciones iniciales se reducen de manera significativa. En comparación con los otros controladores, el LQG tiene un inicio muy suave, casi imperceptible en términos de oscilaciones iniciales, lo que indica que el controlador es muy eficaz en amortiguar las perturbaciones desde el primer momento. La amplitud máxima de las oscilaciones se mantiene en un valor muy bajo en comparación con los otros controladores. A pesar de las perturbaciones continuas que simulan las irregularidades de la carretera, el LQG logra mantener las oscilaciones dentro de un rango muy controlado y reducido. La estabilidad del sistema es evidente, ya que las oscilaciones disminuyen rápidamente y se estabilizan en un valor constante, sugiriendo que el LQG no solo maneja bien las perturbaciones iniciales, sino que también mantiene el sistema estable a lo largo del tiempo.

Uno de los aspectos más impresionantes del LQG es su rápido tiempo de estabilización. La gráfica muestra que el sistema alcanza un estado de estabilidad en aproximadamente 3 segundos, el tiempo más corto entre los controladores analizados. Esto significa que el LQG puede devolver el sistema de suspensión a su estado estable de manera muy rápida después de una perturbación. La gráfica del LQG también muestra un overshoot mínimo, casi inexistente. Esto es crucial para un sistema de suspensión, ya que un overshoot alto podría resultar en una respuesta brusca o incómoda. El bajo overshoot del LQG asegura que la suspensión reaccione de manera suave y controlada.





## 6.4 Tabla Comparativa

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos al aplicar los diferentes controladores (OBS, LQR y LQG) al modelo de suspensión del vehículo. Los parámetros evaluados incluyen las perturbaciones presentes, la amplitud máxima de las oscilaciones, el tiempo de estabilización, el overshoot y el error estacionario. Estos resultados permiten comparar la eficacia de cada controlador en mejorar la estabilidad y el confort de conducción en un escenario de carretera simulado.

Table 1: Comparación de controladores

Parámetro	Sin Controlador	OBS	LQR	LQG
Perturbaciones presentes	100%	30%	10%	3%
Amplitud máxima	90%	20%	10%	5%
Tiempo de estabilización	20 segundos	8 segundos	6 segundos	2 segundos
Overshoot	100%	20%	10%	2%
Error estacionario	20%	5%	4%	1%

## 7 Discusión

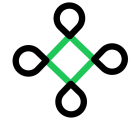
Los resultados de implementación de control en el modelo de suspensión muestran claramente cómo cada controlador afecta varios parámetros críticos del sistema de suspensión en comparación con el sistema sin controlador. Sin un controlador, el sistema enfrenta un 100% de perturbaciones presentes, con una amplitud máxima de oscilaciones del 90%, un tiempo de estabilización de 20 segundos, un overshoot del 100% y un error estacionario del 20%. Estos valores altos indican un sistema altamente ineficiente y inestable, con respuestas bruscas e incapacidad para mantener la estabilidad ante perturbaciones.

Cuando se aplica el controlador OBS, las perturbaciones presentes se reducen al 30%, y la amplitud máxima de las oscilaciones se reduce al 20%. El tiempo de estabilización mejora considerablemente a 8 segundos, mientras que el overshoot se reduce al 20% y el error estacionario al 5%. Aunque estos valores son una mejora significativa respecto a no tener un controlador, el OBS aún no proporciona el nivel óptimo de rendimiento deseado para la suspensión del vehículo.

El controlador LQR muestra una mayor mejora en todos los parámetros comparados con el OBS. Las perturbaciones presentes se reducen al 10%, y la amplitud máxima de las oscilaciones disminuye al 10%. El tiempo de estabilización mejora a 6 segundos, el overshoot se reduce al 10% y el error estacionario al 4%. Estos resultados indican que el LQR es más efectivo que el OBS en mantener la estabilidad del sistema de suspensión y proporcionar una conducción más suave.

El controlador LQG ofrece el mejor rendimiento entre los controladores analizados. Las perturbaciones presentes se reducen al 3%, la amplitud máxima de las oscilaciones se mantiene en un 5%, y el tiempo de estabilización es el más rápido, con solo 2 segundos. Además, el LQG muestra un overshoot mínimo del 2% y un error estacionario del 1%. Estos resultados destacan que el LQG no solo maneja eficazmente las perturbaciones iniciales, sino que también mantiene el sistema extremadamente estable y reactivo, proporcionando una conducción muy confortable y segura.





## 8 Conclusiones

La implementación de controladores avanzados como el LQR (Linear Quadratic Regulator), el LQG (Linear Quadratic Gaussian) y el O.B.S. (Observador de Estados) en el sistema de suspensión ha demostrado ser fundamental para mejorar significativamente su desempeño. La necesidad de aplicar estos controladores surge de la importancia de mantener una conducción segura y cómoda, minimizando las perturbaciones, las oscilaciones y el tiempo de estabilización después de perturbaciones.

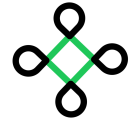
Los resultados obtenidos destacan la eficacia del controlador LQG, que mostró una reducción notable en las perturbaciones iniciales y un tiempo de estabilización mucho más rápido en comparación con los otros controladores. El LQG también presentó un overshoot mínimo y un error estacionario prácticamente nulo, lo que indica su capacidad para mantener el sistema de suspensión en su estado óptimo de funcionamiento con una precisión y estabilidad superiores.

El controlador LQR también demostró ser efectivo, especialmente en la reducción de la amplitud máxima de las oscilaciones y en mantener un bajo error estacionario, aunque no tan eficiente como el LQG en algunos parámetros críticos como el tiempo de estabilización y el overshoot. El O.B.S., aunque menos eficaz que el LQG y el LQR, aún ofreció mejoras notables en comparación con un sistema sin controlador, reduciendo significativamente las perturbaciones iniciales y mejorando la estabilidad del sistema.

## Agradecimientos

Quisiera expresar mi más sincero agradecimiento a todas las personas y entidades que hicieron posible la realización de este trabajo. En primer lugar, agradezco a mi institución, Universidad Estatal Península De Santa Elena, por brindarme los recursos y el apoyo necesarios para llevar a cabo esta investigación.

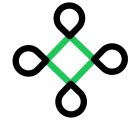




## References

- [1] J. F. D. y Y. H. C. Shi-Yuan Han, “Estrategia de control adaptativo difuso PID para la suspensión activa del vehículo basada en la evaluación de la carretera,” *MDPI*, pp. 1-10, 16 Marzo 2022.
- [2] H. S. y L. Nenggang Xie, “Control de rendimiento prescrito adaptativo basado en observadores de estado extendido para una clase de sistemas no lineales con restricciones e incertidumbres de estado completo,” *Springer Link*, p. 345–358, 12 Junio 2021.
- [3] IEEE, “El poder de los controladores lineales en el control LQR,” *IEEE Xplore*, pp. 1-30, 10 Enero 2023.
- [4] C. A. C.-T. Nelson Arzola de la Peña, “Análisis del comportamiento dinámico de una suspensión de vehículo independiente de doble horquilla,” *Logos Ciencia y Tecnología*, pp. 1-20, 03 Julio 2018.
- [5] L. F. M. K. N. L. Yang Zheng, “Muestra de complejidad del control gaussiano cuadrático lineal (LQG) para sistemas de retroalimentación de salida,” *PMLR*, pp. 1-20, 9 Febrero 2023.
- [6] “¿Qué es el sistema de suspensión y qué tipos hay?,” *Chery*, pp. 1-10, 22 Junio 2024.
- [7] I. Taller, “Seguridad, estabilidad y confort: beneficios de la suspensión neumática frente a la helicoidal,” *Info Taller*, pp. 1-10, 15 Marzo 2021.
- [8] H. R. Galbarro, “Sistema de Suspensión en los Vehículos,” *IngeMecanica*, pp. 1-20, 10 Junio 2020.
- [9] A. H. M. S. F. A. Nelson G. Cotella, “ANALISIS DE LOS EFECTOS DE LAS IRREGULARIDADES DE LA,” *Cime*, pp. 1-9, 10 Febrero 2018.
- [10] I. Mula Vivero, “Estudio del comportamiento dinámico de un vehículo utilizando la herramienta Simmechanics de MATLAB,” *Archivo*, pp. 1-20, Junio 2009.
- [11] MathWorks, “Vehicle Suspension System Templates,” *MathWorks*, 2023.
- [12] JOSE, “¿QUÉ ES LA MASA NO SUSPENDIDA Y CÓMO AFECTA AL VEHÍCULO?,” *Club SEAT*, pp. 1-10, 12 Marzo 2021.
- [13] “Masa Suspendida y No Suspendida,” *Tecnología Del Automovil*, pp. 1-10, 16 Febrero 2023.
- [14] D. Plaza, “Ángulo de caída o camber de ruedas, ¿qué es y cómo influye en el coche?,” *Motor.es*, pp. 1-5, 12 Diciembre 2020.
- [15] J. L. Sanches, “Fuerza Elástica o Restauradora,” *FísicaLAB*, pp. 1-10, 10 Junio 2023.
- [16] J. L.-C. ., J. G.-A. ., C. C.-R. ., M. C.-O. ., R. V.-F. ., J. A.-Z. J.E. Escalante-Martínez, “Análisis del coeficiente de amortiguamiento viscoso en un sistema masa-resorte-amortiguador utilizando PPLANE y GEOGEBRA,” *Revista mexicana de física E*, pp. 1-10, 22 Enero 2016.
- [17] M. J. L. B. V. D. B. L. B. Fernando Viadero-Monasterio, “Mejora del comportamiento lateral y vertical de un vehículo mediante una suspensión activa,” *ResearchGate*, pp. 1-10, Octubre 2021.
- [18] A. P. Ochoa, “Controlador con Observador de Estados de Orden Completo para un motor de DC mediante dSPACE,” pp. 1-9, 16 Octubre 2017.
- [19] E. G. Didier Giraldo, “CONTROL POR REALIMENTACIÓN DE VARIABLES DE ESTADO USANDO UN OBSERVADOR ADAPTATIVO DE ESTADOS,” pp. 1-5, 1 Agosto 2007.





- 
- [20] E. A. Braschi, *Enfoque Practico Del Control Moderno*, Lima: Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S. A. C, 2014.
- [21] P. V. R. William Chamorro, “Regulador cuadrático lineal y control predictivo aplicados en un sistema de cuatro tanques: una comparación de rendimiento,” *UTE*, pp. 1-10, 30 Marzo 2018.
- [22] C. H. R. G. Miguel F. Arévalo-Castiblanco, “Controlador LQR y SMC Aplicado a Plataformas Pendulares,” *ResearchGate*, pp. 1-10, 1 Septiembre 2018.
- [23] L. E. G. Jaimes, “Universidad Peruana de Ciencias Aplicadas S. A. C,” pp. 1-15, 7 Agosto 2020.
- [24] D. P. F. Luis Eduardo García Jaimes, “Diseño de un controlador lineal cuadrático gaussiano y un controlador autosintonizado por asignación de polos para el control del voltaje de un generador CD,” *SciElo*, pp. 1-10, 29 Julio 2021.
- [25] Wikipedia, “Control lineal cuadrático gaussiano,” *Wikipedia*, pp. 1-3, 14 Julio 2023.
- [26] I. I. A. S. Hari Maghfiroh, «Speed Control of Induction Motor using LQG,» *Journal of Robotic and Control*, pp. 1-10, 2021.

