



Control Dinámico y posicionamiento de una grúa torre con carro y polipasto, mediante los controladores LQR, LQG Y LQE

Dynamic control and positioning of a tower crane with trolley and hoist, using the LQR, LQG and LQE controllers

Nathaly Lissette Salinas Orrala

Facultad de Sistemas y Telecomunicaciones, Santa Elena-Santa Elena, Ecuador

ORCID: 0009-0005-8736-5671

Email: nathaly.salinasorrala@upse.edu.ec

RESUMEN

Las grúas torre con carro y polipasto son ampliamente utilizadas en la industria de la construcción que están presentes en su totalidad en las obras grandes de construcción, especialmente en edificación y las operaciones de montaje como el mantenimiento.[1]

Este sistema se ejecuta en pasos discretos por lo que tiene acciones de movimiento del carro que se puede controlar mediante sensores de posición y actuadores, en el caso de la elevación y descenso del polipasto, este puede estar equipado con encoders los cuales nos ayudarán a verificar la posición y velocidad, siendo también un sistema físico no-lineal de tres grados de libertad debido a sus características físicas y su complejidad, son de gran interés para los investigadores del área de automatización, por este motivo el artículo describe el diseño e implementación de un simulador animado en 3D de grúa torre realizado con herramientas de MATLAB, que puede ser operado manualmente o automáticamente por medio de algoritmos de control.[2]

Para la implementación de este proyecto se realizarán comparativas entre el tema principal implementado y los controladores de estado "LQG y LQE" por lo que son herramientas adecuadas para el diseño de sistemas de control avanzados.

Palabras clave: control, grúa, torre, sistemas, controladores, LQG, LQE, MATLAB, actuadores, algoritmos.

ABSTRACT

Tower cranes with trolley and hoist are widely used in the construction industry and are present in their entirety in large construction sites, especially in building and assembly operations such as maintenance.

This system is executed in discrete steps so it has carriage movement actions that can be controlled by position sensors and actuators, in the case of raising and lowering the hoist, it can be equipped with encoders which will help us verify position and speed, also being a non-linear physical system with three degrees of freedom due to its physical characteristics and complexity, are of great interest to researchers in the automation area, for this reason the article describes the design and implementation of a 3D animated tower crane simulator made with MATLAB tools, which can be operated manually or automatically through control algorithms.

For the implementation of this project, comparisons will be made between the main theme implemented and the state controllers "LQG and LQE" so they are suitable tools for the design of advanced control systems.

Keywords: control, crane, tower, systems, controllers, LQG, LQE, MATLAB, actuators, algorithms.



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons de tipo (CC-BY-NC-SA).

E-mail: editorial@ecosur.gopsapp.com



1 Introducción

Las grúas torre con carro y polipasto son equipos fundamentales en la construcción moderna, proporcionando la capacidad de manejar cargas pesadas con precisión y eficiencia, lo cual es esencial para la ejecución de proyectos a gran escala. Estas grúas combinan movimientos horizontales y verticales precisos con una gran capacidad de carga, facilitando la construcción de estructuras complejas y de gran altura.[3]

La grúa torre es un equipo con un alto costo de operación y crítico para el avance de las construcciones verticales. Por ello, surge la necesidad de tener instrumentos que permitan controlar el desempeño de la grúa torre en los proyectos de construcción verticales.[4]

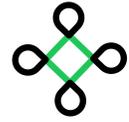
Para este modelado de sistema se va a describir el comportamiento dinámico de la grúa mediante ecuaciones diferenciales para poder convertir el modelo continuo en modelo discreto usando métodos de discretización de la transformada Z, para esto primero nos concentraremos en la problemática que pretendemos satisfacer, las cuales son realizar un modelo inexacto que podría causarnos inestabilidad en nuestro sistema, otras de las problemáticas existentes en el tema es en el ruido y perturbaciones ya que un filtrado inadecuado podría causar estimaciones de estados erróneas e inestabilidad.

En el modelado matemático que se está trabajando se podrá dar soluciones a las problemáticas ya mencionadas dándoles estabilidad al sistema para que el controlador pueda manejar variaciones y ajustar si es necesario los parámetros en las pruebas de estabilidad, las grúas torres tienen diferentes tipos de estudios como “El desarrollo mediante el control vectorial indirecto” [5] que se utiliza mediante una red neuronal artificial con el fin de determinar la fuerza o par requerido por el actuador (motor de inducción) para lograr el movimiento deseado en términos de posición y de velocidad.

Otro de los estudios conocidos en base a este es mediante el control de rechazo activo de perturbaciones resonantes en tiempo discreto [6] ya que este esquema de control propuesto tiene sus estimaciones de estado y perturbación proporcionables por un observador de estado extendido que incorpora un modelo interno resonante diseñado para mejorar las estimaciones de perturbación y estado, especialmente aquellas provenientes de la oscilación de la carga útil.

En este caso y para nuestro estudio se realizará la respectiva realimentación de estado, espacio de estado en representación canónica observable y controlable, así como su control de asignación de polos y entre otras comparaciones.





2 MARCO TEÓRICO

PRINCIPIOS FUNDAMENTALES DE LA DINÁMICA DE GRUAS TORRE

Las grúas torre son sistemas mecánicos encargados del transporte y posicionamiento de carga pesada dentro de una área de trabajo determinada. Las técnicas modernas de construcción emplean mayores requerimientos tanto de velocidad de transporte y posicionamiento de la carga como de precisión. Sin embargo dados esos requerimientos y considerando la configuración mecánica que presenta este tipo de sistema, se generan oscilaciones indeseadas en la carga aumentando el tiempo de posicionamiento de la misma [7]

IMPLEMENTACIONES PARA LA REPRESENTACION DE LA GRUA TORRE

Para la implementación de la representación de la grúa torre, se debe tomar en cuenta la realimentación de estado ya que es una técnica de control utilizada en sistemas de ingeniería para mejorar el desempeño y la estabilidad de los sistemas dinámicos.

Las representaciones en espacio de estados para modelar y controlar el sistema, las formas canónicas controlables y observables serán empleadas para facilitar el diseño de controladores y observadores, respectivamente y Estas representaciones nos permitirán simplificar el proceso de diseño y asegurar un desempeño óptimo del sistema, se describirá la representación en espacio de estados de sistemas dinámicos y la solución general de la ecuación de estado, para así poder mostrar el método de discretización a utilizar.[8]

se podrá obtener por asignación de polos, mediante especificaciones de respuesta temporal del sistema neumático, la estimación del vector de estado y se realizara mediante la aplicación de un filtro de Kalman y para parametrizar el filtro se utilizara la varianza del ruido presente.[9] Para la aplicación del control por realimentación de variables de estado estimadas a través de un observador sobre un sistema de parámetros estas son estimados a través de un algoritmo adaptativo para la validación de resultados se aplicaria el control a un sistema. [10]

2.1 MATEMÁTICA

ECUACIONES:

Realimentación de Estado

Consideremos el sistema lineal e invariante en el tiempo (LTI) representado por las siguientes ecuaciones de estado:

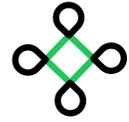
$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

La señal de control $u(t)$ se define como una combinación lineal de los estados $x(t)$:

$$u(t) = -Kx(t) + r(t)$$

Sustituyendo $u(t)$ en la ecuación de estado:





$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + B(-Kx(t) + r(t)) \\ \dot{x}(t) &= (A - BK)x(t) + Br(t)\end{aligned}$$

Para un sistema sin señal de referencia ($r(t) = 0$):

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t)$$

Representación Canónica Controlable

Las ecuaciones del sistema en representación canónica controlable son:

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \cdots & -a_{n-1} \end{bmatrix}$$

$$B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C_c = [b_0 \quad b_1 \quad b_2 \quad \cdots \quad b_{n-1}]$$

$$D_c = d$$

Representación Canónica Observable

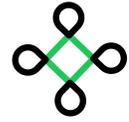
Las ecuaciones del sistema en representación canónica observable son:

$$A_o = \begin{bmatrix} -a_{n-1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -a_{n-2} & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -a_1 & 0 & 0 & \cdots & 1 \\ -a_0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_o = \begin{bmatrix} b_{n-1} \\ b_{n-2} \\ \vdots \\ b_1 \\ b_0 \end{bmatrix}$$

$$C_o = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \cdots \quad 0]$$





$$D_o = d$$

Asignacion de polos:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \quad (1)$$

$$u(t) = -Kx(t) \quad (2)$$

$$\dot{x}(t) = (A - BK)x(t) \quad (3)$$

Control Óptimo Lineal Cuadrático (LQR): El controlador LQR minimiza un costo cuadrático

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (4)$$

donde las variables Q, Qy, R son matrices de ponderación que deben ser definidas y la solución al problema de control LQR implica resolver la ecuación algebraica de Riccati:

$$A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 \quad (5)$$

La matriz de realización óptima

$$K = R^{-1}B^T P \quad (6)$$

Estimador Óptimo Lineal Cuadrático (LQE) (Filtro Kalman): se usa para estimar el estado del sistema El controlador LQR minimiza un costo cuadrático

pronóstico del estado:

$$\hat{x}(t|t-1) = A\hat{x}(t-1|t-1) + Bu(t) \quad (7)$$

Predicción del error de covarianza:

$$P(t|t-1) = AP(t-1|t-1)A^T + Q \quad (8)$$

Ganancia de Kalman:

$$K(t) = P(t|t-1)C^T(CP(t|t-1)C^T + R)^{-1} \quad (9)$$

Actualización del estado:

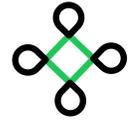
$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)(y(t) - C\hat{x}(t|t-1)) \quad (10)$$

Actualización del error de covarianza:

$$P(t|t) = (I - K(t)C)P(t|t-1) \quad (11)$$

Controlador Estimador Lineal Cuadrático Gaussiano (LQG): Combinacion de LQR y el LQE





Sistema en espacio de estados con ruido:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + w(t) \quad (12)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t) \quad (13)$$

donde w y $v(t)$ son ruido de proceso y ruido de medición, respectivamente.

Controlador LQR:

$$u(t) = -K\hat{x}(t) \quad (14)$$

Estimador (Filtro de Kalman):

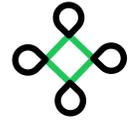
$$\hat{x}(t|t) = \hat{x}(t|t-1) + K(t)(y(t) - C\hat{x}(t|t-1)) \quad (15)$$

$$K(t) = P(t|t-1)C^T(CP(t|t-1)C^T + R)^{-1} \quad (16)$$

Sistema en lazo cerrado:

$$\dot{\hat{x}}(t) = (A - BK)\hat{x}(t) + K(y(t) - C\hat{x}(t)) \quad (17)$$





3 DESARROLLO

Para este proyecto de controlador dinámico y de posicionamiento de una Grúa Torre con carro y polipasto, mediante los controladores: LQR, LQG Y LQE, se tiene como objetivo principal diseñar un sistema de control discreto, mejorando su precisión y seguridad operativa para poder desarrollar un modelo matemático e implementarle un controlador y simularlo para comparar este desempeño con otros métodos de control.

MODELADO MATEMATICO:

En la siguiente sección se modela la realización del análisis del sistema por lo cual se va hacer uso de los programas matlab y sus respectivas herramientas.

LINEALIZACION Y LA IDENTIFICACION DEL SISTEMA:

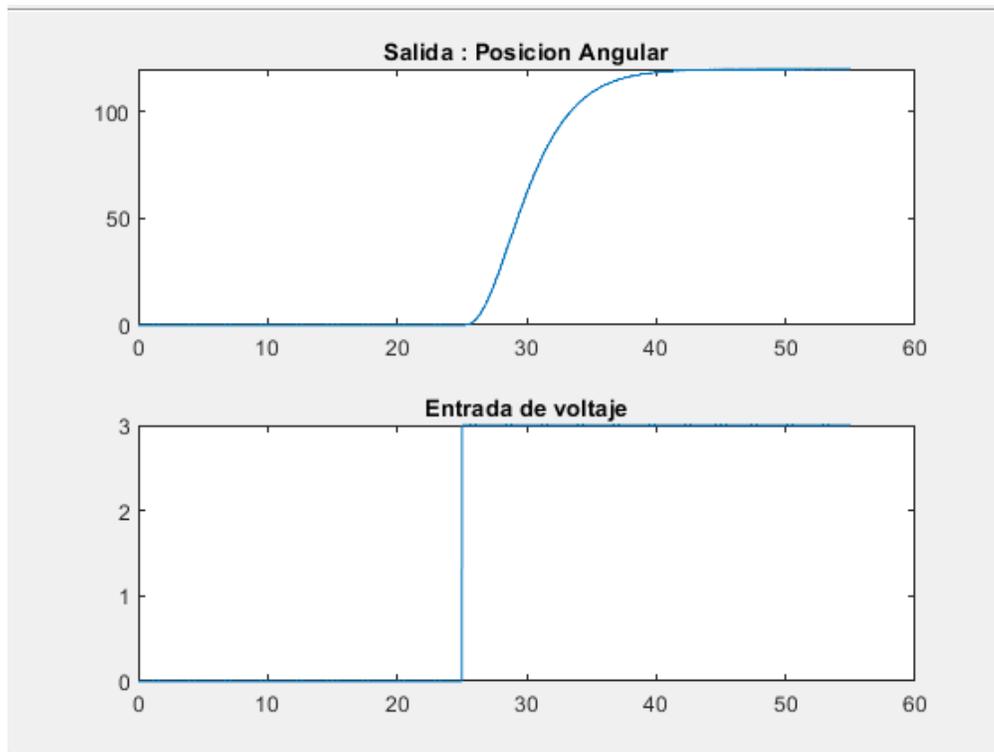


Figure 1: Entrada y Salida de mi sistema lineal.

la linealización es el proceso mediante el cual se obtiene un modelo matemático lineal a partir de un sistema originalmente no lineal.

Este sistema tiene controladores específicos y controladores por tiempo, este sistema no es Dinámico, por lo que se observa que su movimiento va de izquierda a derecha.

Para que el sistema pueda ser dinámico vamos a crear una función de transferencia y ecuación diferencial, todos los datos están dados por:



Esta obra está bajo una licencia Creative Commons de tipo (CC-BY-NC-SA).

E-mail: editorial@ecosur.gopsapp.com



Función de Transferencia

La función de transferencia del sistema es:

$$G(s) = \frac{3.851}{s^2 + 0.5074s + 0.09709}$$

Conversión a Espacio de Estados

La conversión de la función de transferencia a su representación en espacio de estados es:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}$$

Utilizamos la función de transferencia del sistema y la convertimos a su representación en espacio de estados. Esto nos permite aplicar técnicas de control y análisis más avanzadas.

Diseño del Observador

Convertimos el sistema a su forma canónica observable y calculamos la ganancia L para el observador utilizando la técnica de asignación de polos. Asignamos los polos del observador para asegurar una convergencia rápida de las estimaciones de estado hacia los valores reales.

$$\begin{aligned}A_o &= A' \\ B_o &= C' \\ C_o &= B' \\ D_o &= D'\end{aligned}$$

La elección de polos para el observador es:

$$\text{polos} = [-7 + 2i, -7 - 2i]$$

Utilizamos la función `place` para calcular la ganancia del observador:

$$k = \text{place}(A, B, \text{polos})$$

Finalmente, la ganancia del observador es:

$$L = k'$$

Diseño del Controlador

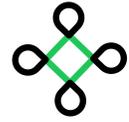
Calculamos la ganancia K para el controlador utilizando la técnica de asignación de polos. Asignamos los polos del controlador para garantizar una respuesta rápida y estable del sistema. La elección de polos para el controlador es:

$$\text{polos} = [-1.5 + 1i, -1.5 - 1i]$$

Utilizamos la función `place` para calcular la ganancia del controlador:

$$k = \text{place}(A_o, B_o, \text{polos})$$





Cálculo del Precompensador

Calculamos el precompensador para ajustar la referencia de entrada del sistema. El precompensador se utiliza para asegurar que la salida del sistema siga la referencia deseada con precisión. Los cálculos son los siguientes:

$$kr = [0 \quad k(2)]$$

$$Nbar = -(C_o(A_o - B_o kr - B_o C_o k(1))^{-1} B_o k(1))^{-1}$$

Ecuaciones para la Observabilidad

Matriz de Observabilidad

La matriz de observabilidad es:

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}$$

Calculamos la matriz de observabilidad y verificamos su rango. Si el rango es igual al número de estados (2 en este caso), el sistema es observable, lo que significa que podemos estimar todos los estados del sistema a partir de las salidas medidas.

Condición de Observabilidad

La condición de observabilidad es:

$$\text{rank}(O) = n \quad (\text{donde } n \text{ es el número de estados})$$

Verificación de la Controlabilidad

Matriz de Controlabilidad

La matriz de controlabilidad es:

$$C = [B \quad AB]$$

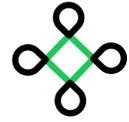
Calculamos la matriz de controlabilidad y verificamos su rango. Si el rango es igual al número de estados (2 en este caso), el sistema es controlable, lo que significa que podemos controlar todos los estados del sistema mediante la entrada.

Condición de Controlabilidad

La condición de controlabilidad es:

$$\text{rank}(C) = n \quad (\text{donde } n \text{ es el número de estados})$$





Cálculo del Precompensador

Calculamos el precompensador para ajustar la referencia de entrada del sistema. El precompensador se utiliza para asegurar que la salida del sistema siga la referencia deseada con precisión. Los cálculos son los siguientes:

$$kr = [0 \quad k(2)]$$

$$Nbar = -(C_o(A_o - B_o kr - B_o C_o k(1))^{-1} B_o k(1))^{-1}$$

4 Diseño del Observador LQE

Para el diseño del observador LQE, utilizamos el filtro de Kalman en tiempo continuo. Definimos R_n y Q_n como:

$$R_n = 1$$

$$Q_n = 1e - 3(C'_o)C_o$$

Calculamos la ganancia del filtro de Kalman utilizando la función `lqr`:

$$[kf, Sf, Pf] = \text{lqr}(A, B, Q, R)$$

Finalmente, la ganancia del observador LQE es:

$$L = kf'$$

Diseño del Controlador LQR

Para el diseño del controlador LQR, definimos R y Q como:

$$R = 1$$

$$Q = 0.15(C'_o)C_o$$

Calculamos la ganancia del controlador utilizando la función `lqr`:

$$[k, S, P] = \text{lqr}(A_o, B_o, Q, R)$$

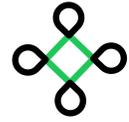
Cálculo del Precompensador

Calculamos el precompensador para ajustar la referencia de entrada del sistema. Los cálculos son los siguientes:

$$kr = [0 \quad k(2)]$$

$$Nbar = -(C_o(A_o - B_o kr - B_o C_o k(1))^{-1} B_o k(1))^{-1}$$





5 Desarrollo del Modelado en Simscape y MATLAB

5.1 Modelado de la Grúa Torre en Simscape

El modelado de la grúa torre con carro y polipasto en Simscape se basa en la representación física de sus componentes y las ecuaciones de movimiento que rigen su comportamiento. A continuación se describe el proceso de modelado en detalle.

5.1.1 Componentes del Modelo

- **Torre:** La torre se modela como un elemento rígido vertical que proporciona soporte estructural al sistema.
- **Brazo:** El brazo es un componente horizontal que se extiende desde la torre y soporta el carro y el polipasto.
- **Carro:** El carro se desplaza a lo largo del brazo y se modela como un bloque móvil.
- **Polipasto:** El polipasto es el mecanismo de elevación que mueve la carga verticalmente.

5.1.2 Pasos del Modelado

1. Definición de Parámetros:

- Altura de la torre (H_t)
- Longitud del brazo (L_b)
- Masa del carro (m_c)
- Masa de la carga (m_l)
- Fuerzas actuantes (gravitacional, de fricción, etc.)

2. Creación del Modelo en Simscape:

- **Torre y Brazo:** Utilizando bloques de elementos rígidos y juntas, se construye la estructura básica de la torre y el brazo.
- **Carro:** Se implementa como un bloque móvil que se desplaza a lo largo del brazo mediante una guía lineal.
- **Polipasto:** Se representa con un bloque de elevación que permite el movimiento vertical de la carga.

3. Definición de Ecuaciones de Movimiento:

- Se definen las ecuaciones de Newton para describir el movimiento del carro y la carga.
- $F = m \cdot a$ donde F es la fuerza aplicada, m es la masa y a es la aceleración.
- Para el polipasto: $T - m_l \cdot g = m_l \cdot a$, donde T es la tensión en el cable, m_l es la masa de la carga, y g es la aceleración debida a la gravedad.

4. Simulación del Modelo:



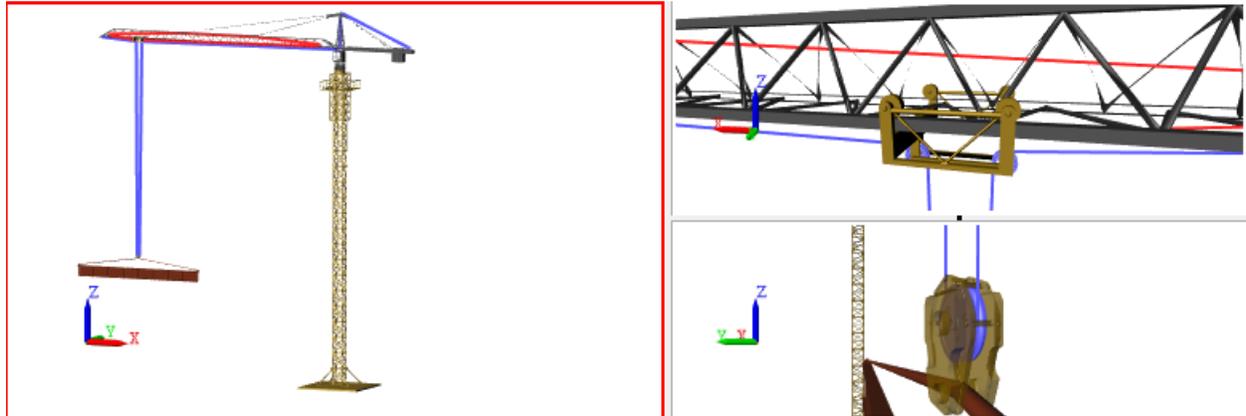
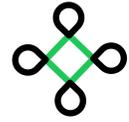


Figure 2: Grúa torre en Simscape.

5.2 Implementación en MATLAB

La implementación en MATLAB complementa el modelado en Simscape proporcionando herramientas adicionales para simulación y análisis.

5.2.1 Controladores y Técnicas de Control

Controlador LQR (Linear Quadratic Regulator):

- Se diseña el controlador LQR para minimizar una función de costo cuadrática.
- La función de costo está dada por

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt$$

donde x es el vector de estado, u es el vector de control, y Q y R son matrices de ponderación.

```
Q = diag([1, 1, 1, 1]); % Matriz de ponderación del estado  
R = 1; % Matriz de ponderación del control  
K = lqr(A, B, Q, R); % Ganancia del controlador LQR
```

Controlador LQG (Linear Quadratic Gaussian):

- Para nuestro sistema se combinara un controlador LQR con un filtro de Kalman para manejar ruido en las mediciones.
- Se diseña el estimador de estados LQE (Linear Quadratic Estimator) para obtener una estimación precisa del estado del sistema.

```
[Kf, P, E] = lqe(A, G, C, Qn, Rn); % Filtro de Kalman
```



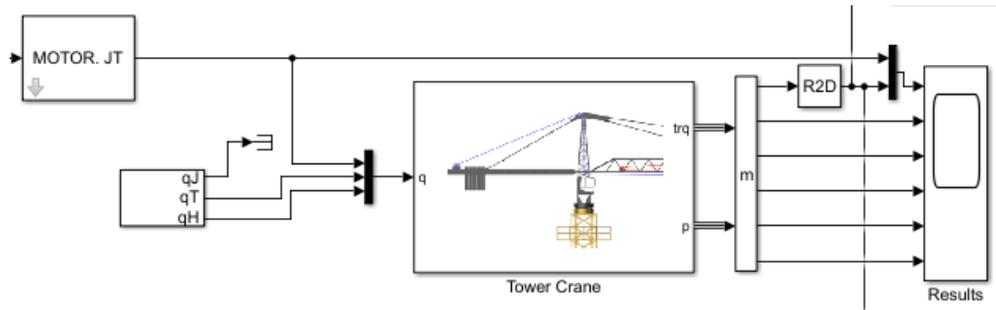


Figure 3: Gráfica del sistema en lazo abierto.

6 RESULTADOS:

Table 1: Tabla comparativa de parámetros.

| Controlador | Tiempo de Estabilización | Over Shoot% | Error% | Tiempo de subida |
|--------------|--------------------------|-------------|--------|------------------|
| Lazo Abierto | 15 | 2.04 | 5 | 2 |
| LQR | 7 | 0.3 | 2 | 1 |
| LQE | 6 | 0.2 | 1.5 | 0.8 |
| LQG | 7 | 0.1 | 1.8 | 0.9 |
| Observador | 8 | 0.3 | 2.5 | 1.4 |

Comparativa de los sistemas: LQE, LQR Y LQG





Figure 4: Gráfica de la respuesta del sistema controlado con LQR.



Figure 5: Estimación del estado del sistema utilizando LQE.



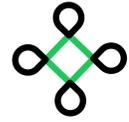


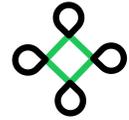
Figure 6: Estimación del estado del sistema utilizando LQG.

7 CONCLUSIÓN:

A través del uso de MATLAB y Simscape, se ha desarrollado un modelo detallado de la grúa torre, incluyendo su dinámica compleja y los componentes específicos del carro y el polipasto, este modelo ha sido fundamental para el diseño y la simulación de los controladores: LQR, LQG Y LQE los cuales han permitido un control eficiente de la posición y el movimiento de la grúa, minimizando las oscilaciones y mejorando la estabilidad del sistema, también con estos controladores se pudo asegurar un desempeño confiable incluso en condiciones no ideales y se logró mejorar la precisión del control global.

Las simulaciones y pruebas realizadas han demostrado que estos controladores, en conjunto, pueden lograr un control dinámico eficiente y preciso del posicionamiento de la grúa torre, reduciendo significativamente el tiempo de estabilización y mejorando la seguridad operativa.





References

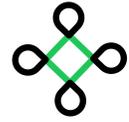
- [1] Juan Manuel Rubio Romero, José Miguel Simón Donaire, María del Carmen Rubio Gámez. *PRINCIPALES DEFECTOS EN LAS INSTALACIONES ELÉCTRICAS DE LAS GRÚAS TORRE DESMONTABLE PARA OBRA*. 2009.
- [2] José Quispe, Jose C. Chahuara Quispe, Guillermo Tejada Muñoz. *Simulador Animado de Grúa Torre para Aplicaciones de Investigación*. 2014.
- [3] Jesús De Sebastián Sanz, Carlos M. Casado Sanchez, Antolín Lorenzana, Alfonso Poncela Mendez. *Sistemas de control de vibraciones para grúas torre*. 2009.
- [4] Diego Gamboa Araya, Diego Gamboa Araya, Erick Mata Abdelnour, Erick Mata Abdelnour. *Diseño de un tablero de control para el seguimiento del desempeño de una grúa torre en un proyecto de construcción*. 2021.
- [5] I. Torres-Rodríguez, I. Torres-Rodríguez, P. Huerta-González, P. Huerta-González, J.J. Rodríguez-Rivas y J. Rodríguez-Rivas *Control de movimiento de una grúa viajera utilizando el control vectorial método indirecto de un motor de inducción*. 2010.
- [6] Horacio Coral Enríquez, Horacio Coral Enriquez, Santiago Pulido Guerrero, Santiago Pulido Guerrero *Reducción de balanceo en grúas torre mediante control de rechazo activo de perturbaciones resonantes en tiempo discreto*. 2018.
- [7] Horacio Coral Enríquez, Horacio Coral Enriquez, Santiago Pulido Guerrero, Santiago Pulido Guerrero *Atenuación de efectos pendulares en grúas-torre usando control por rechazo activo de perturbaciones en tiempo discreto con observador resonante*. 2018.
- [8] Darío Fernando Fajardo Fajardo y Darío Fernando Fajardo Fajardo *Simulación de Sistemas Dinámicos Mediante Discretización en Espacio de Estados*. 2010.
- [9] Carlos Andrés Álvarez Peláez, Carlos Andrés Álvarez Peláez, Laura Camila Rodríguez Peña, Laura Camila Rodríguez Peña, Mariana Ramírez Atehortúa, Mariana Ramírez Atehortúa, Rigoberto Maldonado Torres y Rigoberto Maldonado Torres *Implementación de un algoritmo de control discreto en espacio de estado utilizando un Filtro de Kalman*. 2015.
- [10] Didier Giraldo Buitrago, Didier Giraldo Buitrago y Eduardo Giraldo Suárez *Control por realimentación de variables de estado usando un observador adaptativo de estados*. 2007.
- [11] Efraín Alcorta García, David Alejandro Díaz Romero, Rodolfo Castillo Martínez y Luis Humberto Rodríguez Alfaro *Respuesta en frecuencia para sistemas en espacio de estados*. 2023.
- [12] Cleonor Crescêncio das Neves and Cleonor Crescêncio das Neves and Renan Landau Paiva de Medeiros and Renan Landau Paiva de Medeiros and Walter Barra and Walter Barra Junior and Florindo Antônio de Carvalho Ayres Júnior and Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior and Florindo Antonio de Carvalho Ayres Júnior and Felipe Kioshi Yoshino Yoshino and Felipe Kioshi Yoshino Yoshino and Adrian Eduardo Gonzalez Barreda and Adrian Eduardo Gonzalez Barreda *Experimental evaluation of Fuzzy controller performance applied in autonomous photovoltaic system*. 2019.
- [13] M. E. Dott Nardo y Michela Nardo *Rational expectations and the quantification of survey dat: a new approach based on Kalman Filter*. 2000.





- [14] Ramon Pereiro Santin y Ramon Pereiro Santin *Modelo multicuerpo optimizado para el análisis dinámico de estabilidad de grúas-torre*. 2015.
- [15] Ruiz Pardo, Pardo Ruiz, Ricardo José y Ricardo José *Comparación del filtro de Kalman, el algoritmo esperanza-maximización (EM) y el filtro de información para la estimación de modelos en representación espacio-estado*. 2019.
- [16] Fernando Mesa, Fernando Mesa, Fernando Mesa, Rogelio Ospina, Rogelio Ospina, German Correa-Velez, German Correa Velez, Germán Correa-Vélez *Estimador de estado óptimo en tiempo discreto*. 2022.
- [17] Alejandro Castaño-Hernández, Alejandro Castaño-Hernández, Leopoldo Vite-Hernández y Leopoldo Vite *Seguimiento de trayectoria mediante un controlador basado en prealimentación, realimentación de estado y acción integral*. 2022.
- [18] Maraví Pinto, Maravi Pinto, Ronald Divio y Ronald Divio *Diseño de un controlador no lineal multivariable por realimentación de estado aplicado a un robot manipulador esférico de tres grados de Libertad*. 2005.
- [19] Efraín Alcorta García, David Alejandro Díaz Romero, Rodolfo Castillo Martínez y Luis Humberto Rodríguez Alfaro *Respuesta en frecuencia para sistemas en espacio de estados*. 2023.
- [20] Jerónimo Iglesias Villalbos y Jerónimo Iglesias Villalbos *Control de sistemas no lineales mediante realimentación del estado*. 2002.
- [21] Olga Lucía Roa Bohórquez, Gloria Amparo Contreras Gelves, Laura Victoria Medina Sánchez y Hector Vega *Modelado matemático, simulación, análisis y control de un sistema hidráulico interactivo-tres tanques en serie*. 2018.
- [22] Luis Eduardo García Jaimes, Luis Eduardo García Jaimes, Luis Edo Garcia Jaimes, David Piedrahita Flórez y David Piedrahita Flórez *Diseño de un controlador lineal cuadrático gaussiano y un controlador autosintonizado por asignación de polos para el control del voltaje de un generador CD*. 2020.
- [23] Hugo Olmo Sáez y Hugo Olmo Saéz *Análisis de estructuras articuladas con efectos de segundo orden*. 2011.
- [24] Héctor P. Jaramillo Loor, Héctor P. Jaramillo Loor, Federico Camacho Brausendorff y Federico Camacho Brausendorff *Diseño y modelado virtual de una grúa-torre fija con pluma horizontal giratoria*. 2013.
- [25] Gerardo Bonilla Mota, Gerardo Bonilla Mota, Elizabeth Guevara-Gutiérrez, Elizabeth Guevara y Elizabeth Guevara *Modelado y control de una grúa móvil con tres grados de libertad*. 2020.
- [26] Edwin Villarreal López, Edwin Villarreal López, Daniel Alejandro Arango, Daniel Alejandro Arango, David Leonardo Moreno y David Leonardo Moreno *Prototipo para el control y ubicación de artículos en inventarios por medio de un carro grúa*. 2012.
- [27] Carmen Lafuente y Carmen Lafuente *Grúas, polipastos y manipuladores: Una apuesta doble: ergonomía y seguridad*. 2001.
- [28] Nuria Aja Rábago, Nuria Aja Rábago, Esperanza Álvarez Miranda, Esperanza Álvarez Miranda, Jaime González Garzón, Jaime González Garzón, Emilio Rodrigo, Emilio Rodrigo y Emilio Jesús Pariente Rodrigo *Manejo de grúas en centros de atención a personas dependientes: Relación entre accidentes y formación de los profesionales*. 2017.





- [29] Carlos Rovetto, Carlos Rovetto, Jahiro Sutherland, Jahiro Sutherland, Yoan Martínez-López, Yoan Martínez-López, Elia Cano y Elia Cano *ANÁLISIS DE LOS MOVIMIENTOS DE LAS OPERACIONES DE LAS GRÚAS*. 2020.
- [30] Navarrete Luis Rodriguez *Sistema anticolision de gruas..* 1999.
- [31] R. Acebal Miñano, R. Acebal Miñano, F. Violero Olivares, F. Violero Olivares *Criterios para el montaje, uso y mantenimiento de grúas torre en construcción..* 1984.
- [32] Inmaculada Oliver Faubel, Inmaculada Oliver Faubel, María Begoña Fuentes Giner, María Begoña Fuentes Giner, Isabel Rodríguez Abad y Isabel Rodríguez Abad *Guía para el cálculo de la cimentación de una grúa torre*. 2017.
- [33] Inmaculada Oliver Faubel, Inmaculada Oliver Faubel, María Begoña Fuentes Giner, María Begoña Fuentes Giner, Isabel Rodríguez Abad y Isabel Rodríguez Abad *Guía para la redacción de un proyecto de instalación de grúa torre*. 2017.

